REPASO PROBLEMAS OPTIMIZACIÓN

1.- a) Vértice: $\boxed{(50,10)}$

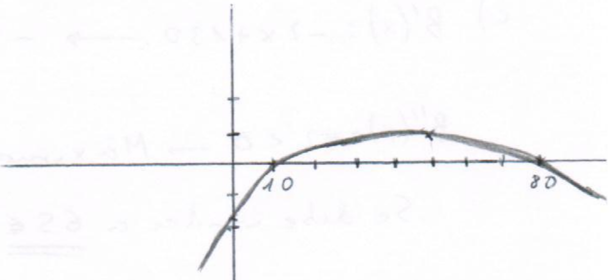
Ptos corte: Eje OX $\rightarrow y=0 \rightarrow x = \left\langle \begin{matrix} 20 \\ 80 \end{matrix} \right\} \boxed{\begin{matrix}(20,0)\\(80,0)\end{matrix}}$

Eje OY $\rightarrow x=0 \rightarrow y = -17'77 \Rightarrow \boxed{(0,-17'77)}$

b) $\frac{1}{90}\left(-x^2+100x-160\right) \geq 0$

$$\begin{matrix} & - & & + & & - & \\ -\infty & & 20 & & 80 & & +\infty \end{matrix}$$

Habrá que producir de 20 a 80 ud



c) $f'(x) = \frac{1}{90}\left(-2x+100\right) = 0$

$-\frac{2}{90}x + \frac{100}{90} = 0 \longrightarrow -2x+100=0$

$-2x = -100$

$\boxed{x=50}$

$f''(x) = \frac{1}{90}\cdot(-2) = -\frac{2}{90} < 0 \longrightarrow$ Máximo en $\boxed{(50,10)}$

Beneficio máximo son 10 millones de euros

Unidades = 50ud

2.- a) $B'(t) = -3t+168$

$-3t+168=0$

$t = \frac{168}{3} = 56$

$B''(t) = -3 < 0 \longrightarrow$ Máximo en $(56,3750) \rightarrow$ 56 minutos con un beneficio de 3750 millones

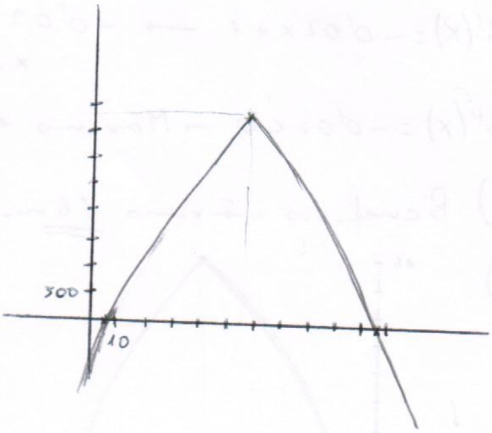
b) $-1'5t^2+168t-954 > 0$

$-1'5(x-6)(x-106) > 0$

$$\begin{matrix} & - & & + & & - \\ & & 6 & & 106 & \end{matrix}$$

Positivo: $\boxed{(6,106)}$

c)



3.- a) $B(0'5) = -2935'25$ millones → Tiene pérdidas

b) $-x^2+130x-3000x>0 \longrightarrow x = \begin{cases} 100 \\ 30 \end{cases}$

$-(x-100)(x-30)>0$

$\underset{30}{\overset{-}{}} \quad \overset{+}{} \quad \underset{100}{\overset{-}{}}$ $\boxed{\text{Entre } 30 \text{ y } 100 \text{ euros}}$

c) $B'(x) = -2x+130 \longrightarrow -2x+130=0$

$x = 65$

$B''(x) = -2<0 \longrightarrow$ Máximo en $(65, 1225)$ ← $B(65)$

Se debe vender a <u>65 €</u> para obtener un beneficio de <u>1225</u> millones

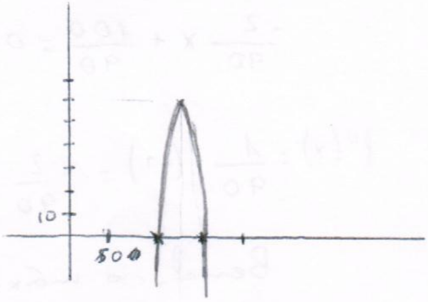
---

4.- a) Vértice: $\boxed{(125, 62'5)}$

Ptos de corte:

$OX \to y=0 \to x = \begin{cases} 100 & \boxed{(100,0)} \\ 150 & \boxed{(150,0)} \end{cases}$

$OY \to x=0 \to y=-1500 \to (0,-1500)$



b) $g'(x) = -\frac{2x}{10}+25 = -\frac{x}{5}+25$

$-\frac{x}{5}+25=0$

$x=125$

$g''(x) = -\frac{2}{10} < 0 \longrightarrow$ Máximo en $(125, 62'5)$

El precio sería de <u>125 €</u>

c) la ganancia máxima es de <u>62'5</u> millones de euros

5.- a) $B(x) = I(x) - G(x) = -0'01x^2+x-9$

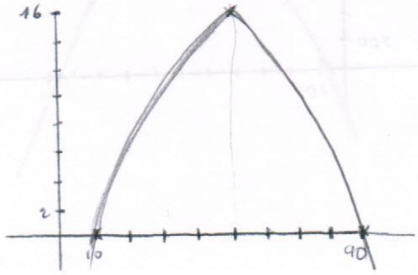
$B'(x) = -0'02x+1 \longrightarrow -0'02x+1=0$

$x=50$

$B''(x) = -0'02<0 \longrightarrow$ Máximo en $(50, 16)$ $\boxed{\text{Precio} = 50\ €}$

b) Beneficio máximo <u>16</u> millones de euros.

c)



d) $B(x)<0$

$-0'01(x-10)(x-90)<0$

$\underset{///}{\overset{-}{}} \quad 10 \quad \overset{+}{} \quad 90 \quad \underset{//}{\overset{-}{}}$

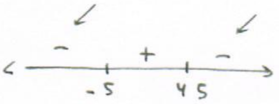
De $\boxed{(0,10) \cup (90, +\infty)}$

6.- a) $\frac{225}{2}+20x-\frac{1}{2}x^2\leq 0$

$-\frac{1}{2}x^2+20x+\frac{225}{2}\leq 0$

$-x^2+40x+225\leq 0$

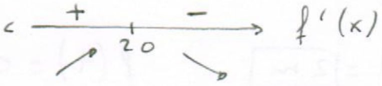
$-(x+5)(x-45)\leq 0$



De $\boxed{(0,-5)\cup(45,+\infty)}$

b) $f'(x)=-x+20 \longrightarrow -x+20=0$

$\boxed{x=20}$



c) Vértice: $(20,625)$

Creciente: $\boxed{(0,20)}$

Decreciente: $\boxed{(20,+\infty)}$

Ptos de corte

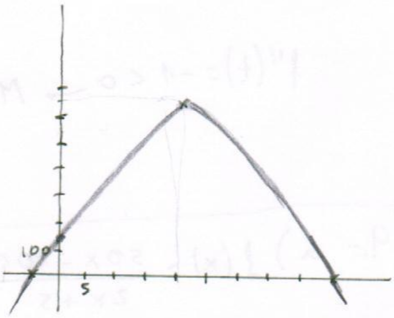
OX: $y=0 \rightarrow x=\left\langle\begin{matrix}-5 \Rightarrow (-5,0)\\ 45 \Rightarrow (45,0)\end{matrix}\right.$

OY: $x=0 \rightarrow y=\frac{225}{2} \Rightarrow (0,112'5)$

d) $f''(x)=-1<0 \Rightarrow$ Máximo en $(20,625)$

$\boxed{x=20}$ €

Beneficio máximo $\boxed{625}$ €

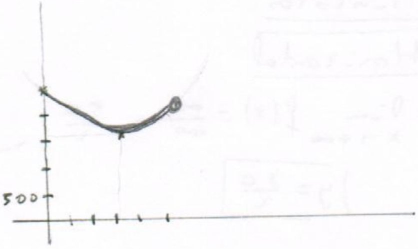


7.- a) Vértice = $\boxed{(3,1600)}$

Ptos corte:

OX → $y=0$ → $t=$ No hay

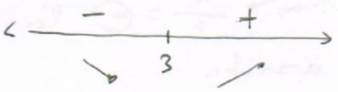
OY → $t=0$ → $y=2 \Rightarrow \boxed{(0,2500)}$



$C'(t)=200t-600 \longrightarrow 200t-600=0$

$t=3$

$C'(t)$



Decreciente: $(0,3)$

Creciente: $(3,5)$

$\boxed{C(0)=2500}$ €

b) Como es una función acotada $[0,5]$, hay que comprobar el valor de la función en los extremos y en el pto de la 1ª derivada.

$C(0)=2500 \longrightarrow$ Máximo en $t=0$, con un valor de 2500 €

$C(3)=1600 \longrightarrow$ Mínimo en $t=3$, con un valor de 1600 €

$C(5)=2000$

c) $\lim_{t\to 8} C(t)=100(8^2-6\cdot 8+25)=\boxed{4100 €}$

La tendencia es a subir indefinidamente $\lim_{t\to\infty} C(t)=\infty$

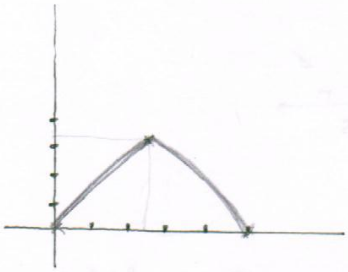
8.- a) $f(t) = -\frac{t^2}{2} + \frac{5t}{2}$

Vértice = $\left(\frac{5}{2}, \frac{25}{8}\right)$

Ptos corte = $OX \rightarrow y=0 \rightarrow t=0 \quad (0,0)$

$\rightarrow t=5 \quad (5,0)$

$OY \rightarrow t=0 \rightarrow y=0 \quad (0,0)$



b) $f(4) = \boxed{2\ m}$ $\quad f(t)=0 \longrightarrow -\frac{t^2}{2} + \frac{5t}{2} = 0$

$t = \begin{cases} 0 \\ \boxed{5\ s} \end{cases}$

c) $f'(t) = -t + \frac{5}{2} \longrightarrow -t + \frac{5}{2} = 0$

$t = \frac{5}{2}$

$f''(t) = -1 < 0 \rightarrow$ Máximo en $\left(\frac{5}{2}, \frac{25}{8}\right) \rightarrow$ Alcanzará la máxima altura a los 2'5 segundos, con una altura de 3'125 m

---

9.- a) $f(x) = \frac{50x-100}{2x+5}$

- Dominio $= \mathbb{R} - \left\{-\frac{5}{2}\right\}$

- Ptos de corte

$OX \rightarrow y=0 \rightarrow x=2 \Rightarrow \boxed{(2,0)}$

$OY \rightarrow x=0 \rightarrow y=-20 \Rightarrow \boxed{(0,-20)}$

- Asíntotas

A. Horizontal

$y = \lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{\infty}{\infty} = \frac{50}{2}$

$\boxed{y = \frac{50}{2}}$ $\rightarrow$ Comportamiento

$\frac{50x-100}{2x+5} - \frac{50}{2} = \frac{\cancel{100x} - 200 - \cancel{100x} - 250}{2(2x+5)} =$

$= \frac{-450}{2(2x+5)} = \begin{cases} \xrightarrow{+\infty} \frac{-}{+} = \ominus \\ \xrightarrow{-\infty} \frac{-}{+} = \ominus \end{cases}$ Por debajo de la asíntota.

A. Vertical

$\lim_{x \to -5/2} f(x) = \frac{-225}{0} = \begin{cases} \lim_{x \to -5/2^-} f(x) = \frac{-}{-} = \oplus \uparrow \text{ Para arriba} \\ \lim_{x \to -5/2^+} f(x) = \frac{-}{+} = \ominus \downarrow \text{ Para abajo} \end{cases}$

$\boxed{x = -\frac{5}{2}}$

A. Oblicua: No hay, ya que hay horizontal.

Crecimiento y decrecimiento:

$f'(x) = \frac{50(2x+5) - (50x-100)\cdot 2}{(2x+5)^2} = \frac{\cancel{100x} + 250 - \cancel{100x} + 200}{(2x+5)^2} = \boxed{\frac{450}{(2x+5)^2}}$

$\frac{450}{(2x+5)^2} = 0 \rightarrow$ No hay $\rightarrow$ $\underset{\nearrow}{+} \quad \underset{-5/2}{|} \quad \underset{\nearrow}{+} \quad f'(x)$

Creciente: $\boxed{(-\infty, -5/2) \cup (-5/2, +\infty)}$

b) $f(x) = \frac{50x-100}{2x+5} \geq 0$

$< \overset{+}{} \; -5/2 \; \overset{-}{} \; 2 \; \overset{+}{} >$

↓ Dominio

↳ Pto de corte $50x - 100 = 0$ $\boxed{x = 2}$

Como los años no pueden ser negativos, la empresa dejará de tener pérdidas a partir del 2º año

c) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{\infty}{\infty} = \frac{50}{2} = 25$ millones

Los beneficios están limitados, siendo el límite $\boxed{25 \text{ mill}}$

10.- a) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{50} + \frac{8x}{25} - \frac{8}{5} \\ \frac{5}{2x} \end{cases}$

$\frac{x^2}{50} + \frac{8x}{25} - \frac{8}{5} \longrightarrow$ Vértice: $(-8, -\frac{72}{25})$

Ptos corte: OX → y=0 → x=4 → x=-20

OY → x=0 → $y = -\frac{8}{5}$

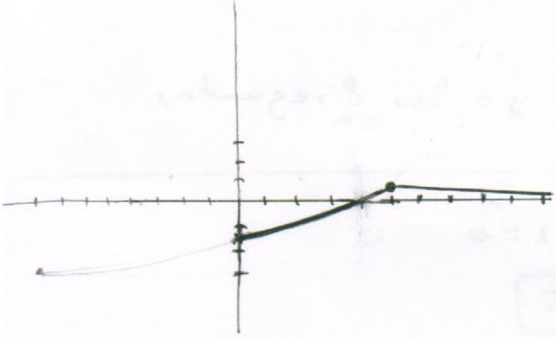
(4,0), (-20,0)

(0, -8/5)

$\frac{5}{2x} \longrightarrow$

x	y
5	0'5
10	0'25

x	y
5	0'5



b) $f'(x) = \begin{cases} \frac{x}{25} + \frac{8}{25} & 0 \leq x < 5 \\ -\frac{5}{2x^2} & x > 5 \end{cases}$ → No tiene ptos de corte

$\frac{x}{25} + \frac{8}{25} = 0 \rightarrow x = -8 \Rightarrow$ No vale <0

$< 0 \; \overset{+}{\nearrow} \; 5 \; \overset{-}{\searrow} \; +\infty$ $f'(x)$

↳ Pto crítico

Máximo en $\boxed{x = 5}$ millones

Ganancia $= f(5) = \boxed{0'5}$ millones

c) $f(x) = 0$

$\frac{x^2}{50} + \frac{8x}{25} - \frac{8}{5} = 0$ → $x = 4$ → Inversión = $\boxed{4}$ millones

→ $x = -20$ ⇒ NO VALE

$\frac{5}{2x} = 0$ → Nunca será nula la ganancia para $x > 5$

d) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{5}{2x} = \frac{5}{\infty} = \boxed{0}$ Se anula cuando la inversión aumenta indefinidamente.

11.- a) $h'(t)=-10t+40 \longrightarrow -10t+40=0$

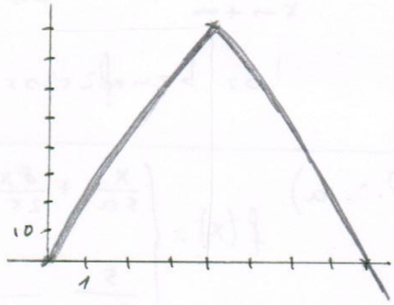
$$\boxed{t=4}$$

$h''(t)=-10<0 \rightarrow$ Máximo en $(4,\overset{h(t)}{80})$

Altura máxima $=\boxed{80}$ metros

tiempo $=\boxed{4}$ seg

b) Vértice: $(4, 80)$



Ptos corte: $OX \rightarrow y=0 \longrightarrow x=0 \longrightarrow (0,0)$

$\qquad\qquad\qquad\qquad \searrow x=8 \longrightarrow (8,0)$

$OY \rightarrow x=0 \longrightarrow y=0 \longrightarrow (0,0)$

c) $h(t)=60$

$-5t^2+40t=60$

$-5t^2+40t-60=0 \longrightarrow t= \begin{cases} 6 \\ 2 \end{cases} \rightarrow$ A los 2 y a los 6 segundos

d) $h(t)=0$

$-5t^2+40t=0 \begin{cases} 0 \\ 8 \end{cases} >$ Al inicio y a los 8 segundos

---

12.- a) $f'(t)=-\frac{2}{5}t+2 \longrightarrow -\frac{2}{5}t+2=0$

$$\boxed{t=5}$$

$f'(t)$: $+$ en $(0,5)$, $-$ en $(5,12)$; 0, 5, 12

Aumenta: $\boxed{(0,5)}$

Disminuye: $\boxed{(5,12)}$

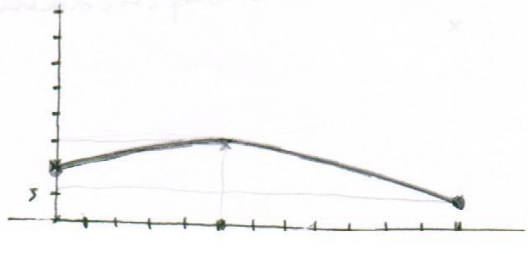
b) Al ser una función acotada, se comprueba en los extremos del intervalo de definición y el pto de corte de la 1ª derivada.

$f(0)=10$

$f(5)=15 \rightarrow$ Máximo en 5 meses con un consumo de 10.000 €

$f(12)=5'2 \rightarrow$ Mínimo en 12 meses con un consumo de 5200€

c)



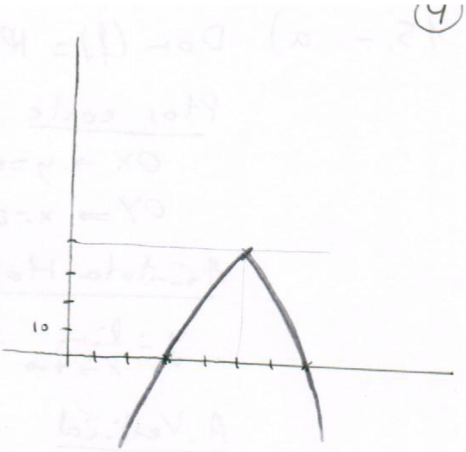
13.- a) Vértice = $(5, 40)$

Ptos de corte

$OX \to y=0 \to x=3 \Rightarrow (3,0)$

$\qquad\qquad\quad \searrow x=7 \Rightarrow (7,0)$

$OY \to x=0 \to y=-210 \Rightarrow (0,-210)$



b) $B'(x) = -20x+100 \to -20x+100=0$

$x=5$

$B'(x)$ $\xleftarrow{\quad + \quad} 5 \xrightarrow{\quad - \quad}$

$B''(x) = -20 < 0 \to$ Máximo en $\boxed{(5, 40)}$ ← $B(5)$

Debe vender a 5 € el Kg, para obtener un beneficio de 40 €

c) $B(x) < 0$

$-10x^2+100x-210<0$

$\xleftarrow{\quad - \quad} 3 \xrightarrow{\quad + \quad} 7 \xrightarrow{\quad - \quad}$

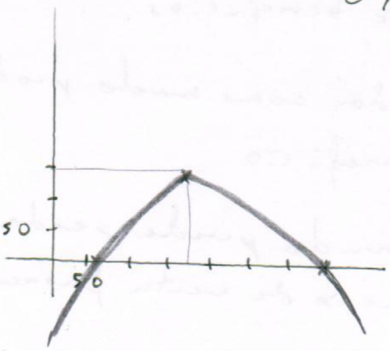
Tendrá pérdidas si vende el Kg de fresas a menos de 3 € o a más de 7 €

$\boxed{(0,3) \cup (7,+\infty)}$

14.- a) Vértice: $(180, 144)$

Ptos de corte: $OX \to y=0 \to x = \begin{cases} 60 \Rightarrow (60,0) \\ 300 \Rightarrow (300,0) \end{cases}$

$OY \to x=0 \to y=-180 \Rightarrow (0,-180)$



b) $B'(x) = -0'02x+3'6 \to -0'02x+3'6=0$

$x=180$

$\xleftarrow{\quad + \quad} 180 \xrightarrow{\quad - \quad}$

$\nearrow \qquad \searrow$

$B''(x) = -0'02 < 0 \to$ Máximo $(180,144)$

Nº de Kg $= \boxed{180 \text{ kg}}$

Beneficio máximo $= \boxed{144 €}$

c) $B(x) \geq 0 \to -0'01x^2+3'6x-180 \geq 0$

$\downarrow$

$x=60$

$x=300$

$\xleftarrow{\quad - \quad} 60 \xrightarrow{\quad + \quad} 300 \xrightarrow{\quad - \quad}$

Debemos vender entre $(60,300)$ Kg

15.- a) $\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$ $f(x) = \frac{2x-2}{x+1}$

Ptos corte

$OX \to y=0 \to x=1 \Rightarrow (1,0)$

$OY \Rightarrow x=0 \to y=-2 \Rightarrow (0,-2)$

Asíntota Horizontal

$y = \lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{\infty}{\infty} = ② \Rightarrow \boxed{y=2} \xrightarrow{\text{Comp}} \frac{2x-2}{x+1} - 2 = \frac{\cancel{2x}-2-\cancel{2x}-2}{x+1} =$

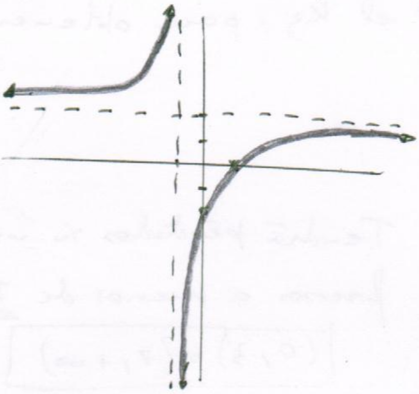
$= \frac{-4}{x+1}$ $+\infty \to ⊖$ Por debajo; $-\infty \to ⊕$ Por encima

A. Vertical

$\lim_{x \to -1} f(x) = \frac{-4}{0} = \begin{cases} \lim_{x \to -1^-} f(x) = \frac{-}{-} = \boxed{+\infty} \uparrow \text{Hacia } +\infty \\ \lim_{x \to -1^+} f(x) = \frac{-}{+} = \boxed{-\infty} \downarrow \text{Hacia } -\infty \end{cases}$

$\boxed{x=-1}$

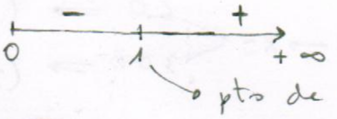
A. Oblicua: No hay, ya que tiene A. Horizontal.



* No hace falta la monotonía ni los extremos para poder representarla

b) $f(x) > 0$

$\frac{2x-2}{x+1} > 0$



El -1 no se pone, puesto que $x \geq 0$

A partir de $\boxed{1 €}$, la empresa obtiene beneficios.

c) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = ② \longrightarrow$ Si están limitados, como mucho producirán 2000 € de beneficio

$\lim_{x \to 0} f(x) = \boxed{-2} \longrightarrow$ También, como mucho puede perder 2000€ si el precio de venta fuera nulo.

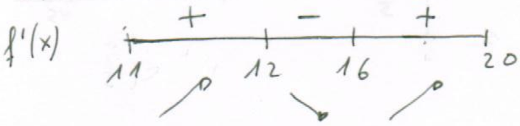
16.- $f(x) = x^3 - 42x^2 + 576x - 2296$ $\quad x \in [11, 20]$

a) $f'(x) = 3x^2 - 84x + 576 = 0$

$x^2 - 28x + 192 = 0$

$x = \begin{cases} ⑯ \\ ⑫ \end{cases}$

b)



Crece $(11,12) \cup (16,20)$

Crece entre las 11 y las 12h y después vuelve a crecer de las 16 a las 20h.

Al estar acotada, se estudia el valor de la función en los extremos y en los puntos que hacen 0 la 1ª derivada

$f(11) = 289$

$f(12) = 296$

$f(16) = 264 \Rightarrow$ Mínimo absoluto en $\boxed{(16, 264)}$

$f(20) = 424 \Rightarrow$ Máximo absoluto en $\boxed{(20, 424)}$

Ptos de corte

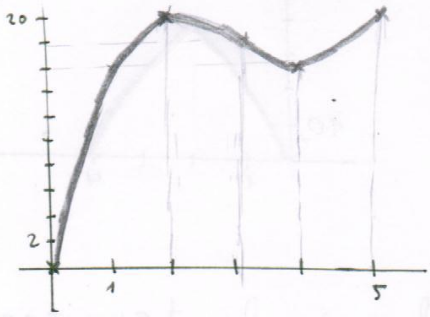
$OX \rightarrow y = 0 \rightarrow x =$ No hay entre $(11, 20)$ $\nearrow (6'9, 0)$

$OY \rightarrow x = 0 \rightarrow y = -2296$

c) Coincide con el apartado ⓐ

17.- $B(t) = t^3 - 9t^2 + 24t$ $\quad t \in [0, 5]$

a)



- Ptos de corte

$OX \rightarrow y = 0 \rightarrow t = 0 \rightarrow$ No hay más

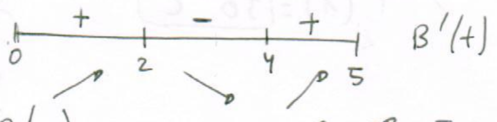
$OY \rightarrow t = 0 \rightarrow y = 0$

$\boxed{(0, 0)}$

- Extremos

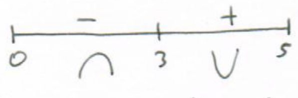
$B'(t) = 3t^2 - 18t + 24 = 0$

$t = \begin{cases} ④ \\ ② \end{cases}$



- Curvatura

$B''(t) = 6t - 18 = 0 \rightarrow t = 3$



Convexa : $(0, 3)$

Cóncava : $(3, 5)$

Pto inflexión : $\boxed{(3, 18)}$

ⓑ

$B(0) = 0$

$B(2) = 20$

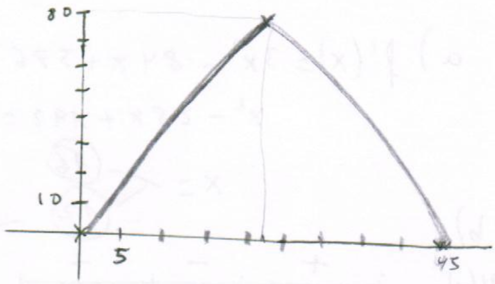
$B(4) = 16 \rightarrow$ Mínimo $\boxed{(4, 16)}$

$B(5) = 20$

$B(2), B(5) \rightarrow$ Máximos $\boxed{(2, 20)}$ $\boxed{(5, 20)}$

Al 2° y 5° año será

18.- $f(t) = 7'2t - 0'16t^2$ $\quad t \in [0, 45]$



a) Vértice: $(22'5, 81)$

Ptos corte

$OX \rightarrow (0,0)$

$(45,0)$

$OY \rightarrow (0,0)$

b) $f'(t) = 7'2 - 0'32t = 0 \longrightarrow t = 22'5$

$f'(t)$ + −

0 22'5 45

↗ ↘

Máximo en $\boxed{t = 22'5}$ min

Rendimiento $= f(22'5) = \boxed{81}$

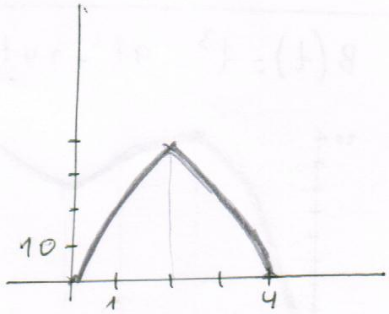
$f(t) = 32$

$7'2t - 0'16t^2 = 32$

$-0'16t^2 + 7'2t - 32 = 0$

$t = \begin{cases} 5 \\ 40 \end{cases}$ Obtendría el rendimiento de 32, en el minuto $\boxed{5}$ y en el $\boxed{40}$

19.- $T(t) = 40t - 10t^2$ $\quad t \in [0, 4]$



a) Vértice: $(2, 40)$

Ptos corte: $(0,0)$

$(4, 0)$

$T'(t) = 40 - 20t = 0$

$t = 2$

+ −

0 2

↗ ↘

en $\boxed{t = 2}$ se alcanza la temperatura máxima de $\boxed{40°C}$

b) $T(1) = \boxed{30°C}$

$T(t) = 30°$

$40t - 10t^2 = 30$

$-10t^2 + 40t - 30 = 0$

$-t^2 + 4t - 3 = 0 \longrightarrow t = \begin{cases} \boxed{1} \\ \boxed{3} \end{cases}$

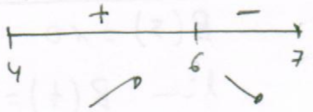
Si, en la $\boxed{3^{a}\text{ hora}}$ también tendrá 30°C

20.- $f(t) = -t^2 + 12t - 31 \qquad t \in [4,7]$

a) No la represento, ya que todo se hace igual

Parábola hacia abajo.

b) $f'(t) = -2t + 12 = 0 \longrightarrow \boxed{t = 6}$



Al estar acotado, se estudian también los extremos

$f(4) = 1$

$\boxed{f(6) = 5}$ En $t = 6$, se alcanza un máximo de $\boxed{\text{5 millones de €}}$

$f(7) = 4$

El beneficio mínimo se obtiene en $\boxed{t = 4}$ con un beneficio de $\boxed{1}$ millón de €

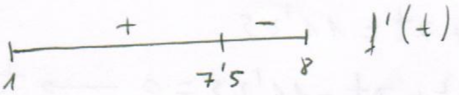
21.- $f(t) = -4t^2 + 60t - 15 \qquad t \in [1,8]$

a) $f(2) = 89 \longrightarrow \boxed{89.000 €}$

$f(4) = 161 \longrightarrow \boxed{161.000 €}$

b) $f'(t) = -8t + 60 = 0$

$\boxed{t = 7'5}$



Al estar acotado, estudiamos $f(1) = 41$

$\boxed{f(7'5) = 210}$

$f(8) = 209$

En $\boxed{t = 7'5}$ años, se obtiene un máximo de $\boxed{210.000}$ €

c) $f(t) = 185$

$-4t^2 + 60t - 15 = 185$

$-4t^2 + 60t - 200 = 0$

$-t^2 + 15t - 50 = 0 \longrightarrow t = \begin{cases} ⑤ \\ 10 \longrightarrow \text{No es válida es} > 8 \end{cases}$

En $\boxed{t = 5 \text{ años}}$, alcanza el valor de 185.000 €

22.- a) $B(t)=\begin{cases} -t^2+7t & \text{si } 0\leq t\leq 5 \\ t-1 & \text{si } 5\leq t\leq 8 \end{cases}$

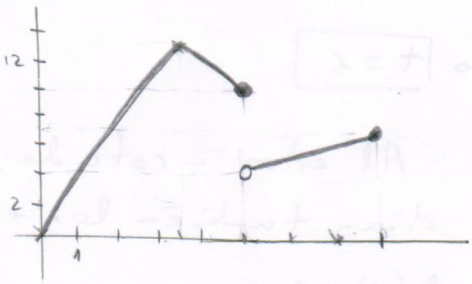
$\Longrightarrow$ Vértice: (3'5, 12'25)

Ptos corte: (0,0)
(7,0)

x	y
5	10

$\Longrightarrow$

x	y
5	4
8	7



Continuidad

$B(5)=10$

$\lim_{x\to 5^-} B(t)=10$

$\lim_{x\to 5^+} B(t)=4$

Discont. inevitable de salto finito en t = 5

El beneficio aumenta hasta los 3 años y medio, donde alcanza el máximo, luego disminuye hasta los 5 años, obteniendo unas pérdidas ese año de 6 millones de euros, a partir del 5º año, comienza a aumentar de nuevo, aunque más lentamente.

b) $B(t)=11'25$

Como $B(5)=10$ y $B(8)=7$, el beneficio pedido se obtendrá durante el 1er tramo de la función

$B(t)=-t^2+7t=11'25$

$-t^2+7t-11'25=0 \longrightarrow t=\begin{cases} 5/2=\boxed{2'5} \\ \boxed{4'5} \end{cases}$

A los 2 años y medio y a los 4 años y medio

23.- a) $f(x)=\begin{cases} -5x^2+40x-60 \\ \frac{5x}{2}-15 \end{cases}$

$-5x^2+40x-60 \Longrightarrow$ Vértice: (4, 20)

Ptos de corte: Eje OX → (2, 0), (6 0)

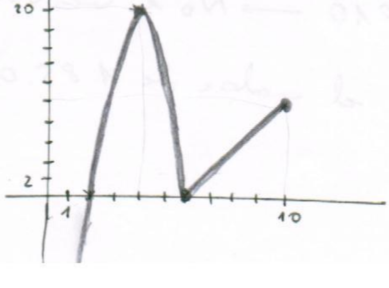
Eje OY → (0, −60).

Valores clave:

x	y
6	0

$\frac{5x}{2}-15 \Longrightarrow$

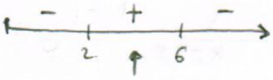
x	y
6	0
10	10



b) $f(x) \geq 0$

① $-5x^2+40x-60 \geq 0$

$-x^2+8x-12 \geq 0$

$-(x-2)(x-6) \geq 0 \longrightarrow$ 

No tendrá pérdidas cuando el gasto esté entre $[2, 6]$, es decir, entre 2000 y 6000 €

② $\frac{5x}{2} - 15 \geq 0$

$\frac{5x}{2} \geq 15$

$x \geq 6 \longrightarrow$ Para cualquier gasto mayor que 6000 € la empresa no tiene pérdidas.

Se puede concluir que la empresa no tendrá pérdidas a partir de un gasto de $\underline{\underline{2000}}$ €

c) $f(x) = 0$

① $-5x^2+40x-60=0$ → $x=2$, $x=6$ Para $\underline{\underline{2000}}$ y $\underline{\underline{6000}}$ €, el beneficio es nulo.

② $\frac{5x}{2} - 15 = 0 \longrightarrow x=6 \longrightarrow$ Igual que arriba

c) $f'(x) = \begin{cases} -10x+40 & \text{si } 0<x<6 \\ \frac{5}{2} & \text{si } 6<x<10 \end{cases}$ > La función está acotada

① $-10x+40=0 \longrightarrow \boxed{x=4}$

② $\frac{5}{2}$ No tiene puntos de corte.

Al ser acotada, se estudian los ptos de corte y los extremos de la función en cada intervalo (en la función inicial)

$f(0) = -60$

$f(4) = 20 \longrightarrow$ Gasto = $\underline{\underline{4000}}$ €, con un beneficio máximo de $\underline{\underline{20.000}}$ €

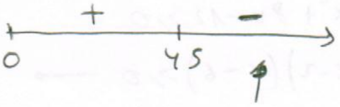
$f(6) = 0$

$f(10) = -160$

24.- $B(x) = -3x^2 + 120x + 675$ $\quad x \geq 0$ miles

a) $B(x) \leq 0 \longrightarrow -3x^2 + 120x + 675 \leq 0$

$-3(x+5)(x-45) \leq 0 \longrightarrow$



$x = -5$ $\quad$ $x = 45$

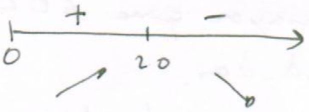
$\Downarrow$ No vale puesto que $x \geq 0$

No obtendría beneficios cuando el gasto supere los 45000 €

b) $B'(x) = -6x + 120 \longrightarrow -6x + 120 = 0$

$x = 20$

$B'(x)$



El gasto para obtener el máximo beneficio debe ser de 20.000 €, con un beneficio de $B(20) = 1.875.000$ €

c) Creciente: $(0, 20)$. Decreciente $(20, +\infty)$

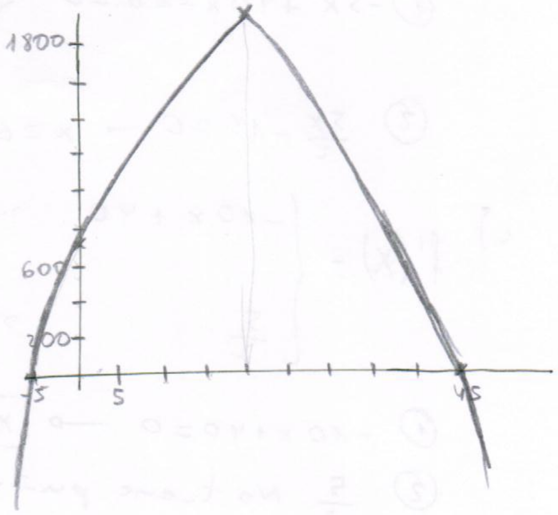
A partir de los 20.000 € de gastos, el beneficio empieza a disminuir.

d) Vértice: $(20, 1875)$

Ptos de corte: $(0, 675)$

$(-5, 0)$

$(45, 0)$



25.- $C(t) = -0'2t^2 + 4t + 25$ $\qquad 0 \le t \le 25 \Rightarrow t \in [0, 25]$

a) $C'(t) = -0'4t + 4 \longrightarrow -0'4t + 4 = 0$

$$\boxed{t = 10}$$

Al ser acotada, se estudia el pto cero de la 1ª derivada y los ptos extremos.

$C(0) = 25$

$\boxed{C(10) = 45} \Longrightarrow$ En el año 2010 se alcanzará el nivel máximo de contaminación

$C(25) = 0$

b) $C(t) = 0$

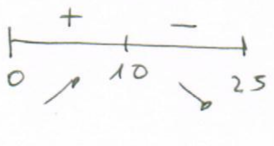
$-0'2t^2 + 4t + 25 = 0$

$t = -5 \rightarrow$ No vale puesto que $0 \le t \le 25$

$t = \boxed{25} \rightarrow$ En el año 2025, se alcanzará el nivel 0 de contaminación

c) La pendiente es el valor de la 1ª derivada en el punto tangente.

$C'(8) = -0'4 \cdot 8 + 4 = \boxed{0'8}$ Como la pendiente es positiva, la función es creciente hasta ese punto, aunque anteriormente hemos encontrado que la función es creciente hasta t = 10



Creciente: (0, 10)
Decreciente: (10, 25)